Ecriture des nombres complexes

Vers le SUP
Lycée – Supérieur

I/ Forme arithmétique

Soit z un nombre complexe, $z \in \mathbb{C}$. Il existe deux nombres x, y réels tels que :

$$z = x + iy \quad \text{où } x = Re(z) \text{ et } y = Im(z)$$

Conjugué de z :

$\bar{z} = x - iy$ et on a :

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2} \qquad \overline{z_1 \times z_2} = \bar{z_1} \times \bar{z_2}$$

$$z_1 + \bar{z_1} = 2Re(z_1) \qquad z_1 - \bar{z_1} = 2i \times Im(z_1)$$

Module :

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Inégalité triangulaire :

$$\big||z| - |z'|\big| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$$

II/ Forme exponentielle

Pour tout nombre complexe z, il existe un réel θ tel que :

$$z = |z|e^{i\theta} \quad \text{où} \quad e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$$

θ est appelé l'argument de z et est noté : $\arg(z)$

Pour tout $\theta, \theta' \in \mathbb{R}$: $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$

Opérations sur l'argument

$$\arg(z \times z') = \arg(z) + \arg(z') \qquad \arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$$